



تعداد صفحه: ۲	ساعت شروع:	تاریخ امتحان:	سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان ۲
مدت امتحان: ۱۳۰ دقیقه	رشته: ریاضی و فیزیک	نام و نام خانوادگی:	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه

ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
------	-------------------------	------

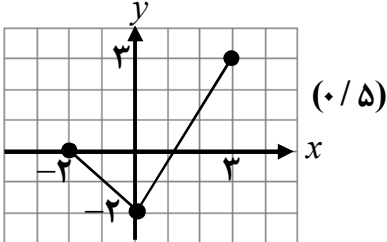
۱	کوتاه پاسخ دهید. الف) درجه تابع $f(x) = x^2(1-x)^5$ را مشخص کنید. ب) در فاصله $[0, 1]$ از بین دو تابع $f(x) = x^2$ و $g(x) = x^3$، نمودار کدام تابع پایین تر قرار دارد؟ پ) نمودار تابع $y = -f(x)$، قرینه نمودار تابع $y = f(x)$ نسبت به کدام محور است؟ ت) تابع $h(x) = x+2$ در چه بازه ای اکیداً صعودی است؟	۱
۲	نمودار تابع f در شکل زیر رسم شده است. نمودار تابع $g(x) = f(3-x)$ را رسم کرده و دامنه آن را تعیین کنید.	۱
۳	مقادیر a و b را طوری تعیین کنید که چند جمله ای $P(x) = x^3 + ax^2 + bx + 1$ بر $(x-2)$ و $(x+1)$ بخش پذیر باشد.	۱
۴	اگر $\log(x+1) \leq \log(2x-3)$، حدود x را به دست آورید.	۰/۵
۵	دوره تناوب، مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع $y = -3\cos(\pi x) + 1$ را مشخص کنید.	۱/۵
۶	کدام یک از جملات زیر درست و کدام یک نادرست است؟ الف) تابع تانژانت در بازه $(\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4})$ اکیداً صعودی است. ب) نقاطی به فرم $x = k\pi + \frac{\pi}{2}$، $(k \in \mathbb{Z})$ در دامنه تابع تانژانت قرار دارند.	۰/۵
۷	معادله مثلثاتی $\sin 3x = \sin 2x$ را حل کنید.	۱
۸	با توجه به نمودار تابع f که در شکل زیر آورده شده است، به سوالات پاسخ دهید. الف) $\lim_{x \rightarrow (-2)^-} f(x)$ ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$	۰/۵
۹	حدهای زیر را محاسبه کنید. الف) $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 - 1}{(x-1)^2}$ ب) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (-2x^3 + x - 1)$ پ) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 + 1}{2x^3 - 4x}$	۱/۷۵

سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان ۲	تاریخ امتحان:	ساعت شروع:	تعداد صفحه: ۲
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	نام و نام خانوادگی:	رشته: ریاضی و فیزیک	مدت امتحان: ۱۳۰ دقیقه

ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
------	-------------------------	------

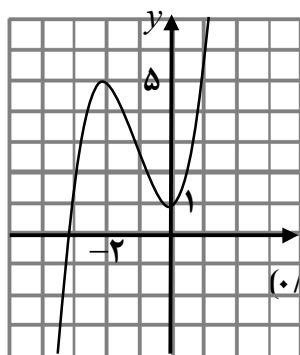
۱۰	مجانب های قائم و افقی نمودار تابع $y = \frac{x+3}{2-x}$ را بنویسید.	۰/۷۵
۱۱	با توجه به نمودار داده شده، گزینه مناسب را انتخاب کنید. (i) در کدام نقطه مماس افقی بر نمودار رسم می شود؟ الف) B (ب) E (ii) شیب خط مماس در نقطه F چه علامتی دارد؟ الف) مثبت (ب) منفی (iii) شیب خط مماس بر نمودار، در نقطه D نسبت به نقطه B چگونه است؟ الف) بیشتر (ب) کمتر	۰/۷۵
۱۲	مشتق پذیری تابع $f(x) = x^2 - 4 $ را در $x = 2$ بررسی کنید.	۲
۱۳	مشتق توابع زیر را به دست آورید. الف) $f(x) = (2x^3 + \sqrt[3]{x} - 1)^4$ ب) $g(x) = \cos\left(\frac{x}{x^2 + 1}\right)$	۲/۲۵
۱۴	آهنگ تغییر لحظه ای تابع $f(x) = 2x^2 + 5x + 1$ در نقطه $x = 2$ چند برابر آهنگ تغییر لحظه ای آن در $x = -1$ است؟	۱
۱۵	مقادیر اکسترم های نسبی و مطلق تابع $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + x^2$ را در بازه $[-2, 3]$ به دست آورید.	۱/۷۵
۱۶	ابتدا جهت تقعر تابع $y = \frac{x+1}{x-1}$ را مشخص کرده، سپس وجود نقطه عطف آن را بررسی کنید.	۱/۵
۱۷	جدول رفتار و نمودار تابع $y = x^3 + 3x^2 + 1$ را رسم کنید.	۱/۲۵
۲۰	موفق و سربلند باشید.	جمع نمره

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حسابان ۲	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع:	مدت امتحان: ۱۳۰ دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تاریخ امتحان		

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	الف) ۷ (۰/۲۵) (کار در کلاس صفحه ۱۱) پ) محور طول ها (۰/۲۵) (نکته صفحه ۷) ب) $g(x) = x^2$ (۰/۲۵) (کار در کلاس صفحه ۱۴) ت) $(-2, +\infty)$ (۰/۲۵) (کار در کلاس صفحه ۱۷)	۱
۲	(تمرین ۲، قسمت ث، صفحه ۱۲) $D_g = [-2, 3]$ (۰/۵) 	۱
۳	(تمرین ۷ صفحه ۲۲) $\begin{aligned} 8 + 4a + 2b + 1 = 0 &\Rightarrow 4a + 2b = -9 \quad (۰/۲۵) \\ -1 + a - b + 1 = 0 &\Rightarrow a - b = 0 \quad (۰/۲۵) \end{aligned} \Rightarrow \begin{aligned} a &= -\frac{9}{2} \quad (۰/۲۵) \\ b &= -\frac{9}{2} \quad (۰/۲۵) \end{aligned}$	۱
۴	(قسمت ۴ کار در کلاس صفحه ۱۸) $x + 1 \leq 2x - 3 \quad (۰/۲۵) \Rightarrow x \geq 4 \quad (۰/۲۵)$	۰/۵
۵	(مشابه مثال صفحه ۲۷) $T = \frac{2\pi}{\pi} = 2 \quad (۰/۵)$, $\max = -3 + 1 = 4 \quad (۰/۵)$, $\min = - -3 + 1 = -2 \quad (۰/۵)$	۱/۵
۶	الف) درست (۰/۲۵) (قسمت پ کار در کلاس صفحه ۳۱) ب) نادرست (۰/۲۵) (نکته بالای صفحه ۳۲)	۰/۵
۷	(مثال دوم صفحه ۳۹) $3x = 2k\pi + 2x \quad (۰/۲۵) \Rightarrow x = 2k\pi \quad (k \in \mathbb{Z}) \quad (۰/۲۵)$ $3x = (2k+1)\pi - 2x \quad (۰/۲۵) \Rightarrow x = \frac{(2k+1)\pi}{5} \quad (k \in \mathbb{Z}) \quad (۰/۲۵)$	۱
۸	الف) $+\infty$ (۰/۲۵) ب) ۱ (۰/۲۵) (مشابه کار در کلاس صفحه ۵۰)	۰/۵
۹	(قسمت پ کار در کلاس صفحه ۵۳) الف) $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(x-1)(x+1)}{(x-1)^2} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x+1}{x-1} = +\infty \quad (۰/۲۵)$ (قسمت الف مثال صفحه ۶۵) ب) $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 \left(-2 + \frac{1}{x^2} - \frac{1}{x^3}\right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (-2x^2) = +\infty \quad (۰/۲۵)$ (مشابه تمرین ۳ صفحه ۶۹) پ) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3}{2x^3} = \frac{1}{2} \quad (۰/۲۵)$	۱/۷۵
۱۰	م. قائم: $x = 2 \quad (۰/۲۵)$ م. افقی: $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x+3}{2-x} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x}{-x} = -1 \Rightarrow y = -1 \quad (۰/۲۵)$ (مشابه تمرین ۴ صفحه ۶۹)	۰/۷۵
۱۱	ب) (i) (E) (۰/۲۵) (ii) الف (مثبت) (۰/۲۵) (iii) ب (کمتر) (۰/۲۵) (مشابه تمرین ۳ و ۲ صفحه ۸۱)	۰/۷۵
۱۲	(مشابه مثال صفحه ۸۶) $f'_+(2) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} \stackrel{(۰/۲۵)}{=} \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{ x^2 - 4 - 0}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2 - 4}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{(x-2)(x+2)}{x-2} = 4 \quad (۰/۲۵)$	۲

« ادامه پاسخ ها در صفحه دوم »

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حسابان ۲	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع:	مدت امتحان: ۱۳۰ دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تاریخ امتحان		

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره															
ادامه ۱۲	$f'_-(2) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-(x^2 - 4)}{x - 2} \quad (0/25) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-(x-2)(x+2)}{x-2} = -4 \quad (0/25) \Rightarrow f'_+(2) \neq f'_-(2) \quad (0/25)$ تابع در این نقطه مشتق پذیر نیست. (۰/۲۵)																
۱۳	(محاسبه تابع مشتق برخی توابع از صفحه ۹۲ تا صفحه ۹۸) الف) $f'(x) = \underbrace{4}_{(0/25)} \underbrace{(2x^2 + \sqrt[3]{x} - 1)^2}_{(0/25)} \underbrace{(6x^2 + \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}})}_{(0/5)}$ ب) $g'(x) = -\sin(\frac{x}{x^2+1}) \quad (0/5) \times \frac{(0/25)(x^2+1) - 2x^2 \quad (0/25)}{(x^2+1)^2 \quad (0/25)}$	۲/۲۵															
۱۴	(آهنگ متوسط و لحظه ای تغییر از صفحه ۱۰۲ تا صفحه ۱۱۰) $f'(x) = 4x + 5 \quad (0/25) \Rightarrow f'(-1) = 1 \quad (0/25)$ $f'(2) = 13 \quad (0/25)$ ۱۳ برابر (۰/۲۵). زیرا:	۱															
۱۵	مینیمم مطلق $f'(x) = x^2 + 2x \xrightarrow{f'=0} x=0, x=-2 \Rightarrow f(-2) = \frac{4}{3} \quad (0/25), f(0) = 0 \quad (0/25)$ ماکزیمم مطلق $f(3) = 18 \quad (0/25)$ (مشابه مثال صفحه ۱۲۳) <table><tr><td>x</td><td></td><td>-۲</td><td>۰</td><td></td></tr><tr><td>f'</td><td></td><td>+</td><td>۰</td><td>-</td></tr><tr><td>f</td><td></td><td>↗</td><td>↘</td><td>↗</td></tr></table> مینیمم نسبی $f(0) = 0 \quad (0/25)$	x		-۲	۰		f'		+	۰	-	f		↗	↘	↗	۱/۲۵
x		-۲	۰														
f'		+	۰	-													
f		↗	↘	↗													
۱۶	(قسمت ب تمرین ۲ صفحه ۱۳۶) $y' = \frac{-2}{(x-1)^2} \quad (0/25), y'' = \frac{4}{(x-1)^3} \quad (0/25)$ $x-1=0 \Rightarrow x=1$ <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>۱</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>f''</td><td>-</td><td>۰</td><td>+</td></tr><tr><td>f</td><td>↖</td><td>↘</td><td>↗</td></tr></table> در بازه $(1, +\infty)$ تقعر رو به بالا (۰/۲۵) در بازه $(-\infty, 1)$ تقعر رو به پایین (۰/۲۵) نقطه عطف ندارد. (۰/۲۵)	x	$-\infty$	۱	$+\infty$	f''	-	۰	+	f	↖	↘	↗	۱/۵			
x	$-\infty$	۱	$+\infty$														
f''	-	۰	+														
f	↖	↘	↗														
۱۷	$y' = 3x^2 + 6x \quad (0/25) \xrightarrow{y'=0} x=0, x=-2$ <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>-۲</td><td>۰</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>f'</td><td>+</td><td>۰</td><td>-</td><td>۰</td></tr><tr><td>f</td><td>↖</td><td>↘</td><td>↗</td><td>↗</td></tr></table> مینیمم $f(-2) = 5$ ماکزیمم $f(0) = 1$ (۰/۵) (مشابه قسمت ب تمرین ۱ صفحه ۱۴۴) 	x	$-\infty$	-۲	۰	$+\infty$	f'	+	۰	-	۰	f	↖	↘	↗	↗	۱/۲۵
x	$-\infty$	-۲	۰	$+\infty$													
f'	+	۰	-	۰													
f	↖	↘	↗	↗													

"در نهایت، نظر همکاران محترم صائب است"